

Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2023

Takmičenje iz MATEMATIKE

za VIII razred osnovne škole

1. **(8 poena)** Komad legure bakra i olova mase 60kg sadrži 35% bakra. Koliko olova treba dodati da bi se dobila legura koja sadrži 25% bakra?
2. **(23 poena)** Brojevni niz formira se na sljedeći način:
 1. prvi član niza je broj 20;
 2. svaki član niza nakon prvog dobijamo kada njegovog prethodnika kvadrimo, saberemo mu cifre i dodamo 1.Na primjer, drugi član niza dobijamo: $20^2 = 400$, $4 + 0 + 0 = 4$, $4 + 1 = 5$. Dakle, drugi član niza je 5. Koji broj je na 2023 mjestu u nizu?
3. **(23 poena)** Naći cjelobrojna rješenja jednačine $a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 = 2005$.
4. **(23 poena)** Igor, Saša i Miša igraju tenis „na čekanje”. Igra „na čekanje” znači da u svakoj partiji igraju dva igrača a treći čeka. Igrač koji izgubi ustupa mjesto dječaku koji je čekao i u sljedećoj partiji on je „na čekanju”. Poznato je da je Igor odigrao 12 partija, Saša 7 partija, a Miša 11 partija. U koliko partija je Igor pobijedio Sašu?
5. **(23 poena)** Na hipotenuzi AB pravouglog trougla ABC izabrana je tačka K takva da je $BC = CK$. Duž CK polovi simetralnu duž AL ugla CAB . Izračunati uglove u trouglu ABC .

Vrijeme rada: 180 minuta.

Prvi zadatak se boduje sa maksimalno 8 bodova, a ostali sa maksimalno 23 boda.

Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.