

Prirodno-matematički fakultet  
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

**OLIMPIJADA ZNANJA 2023**

Takmičenje iz MATEMATIKE

za IX razred osnovne škole

1. **(8 poena)** Naći najveći cio broj  $a$  za koji je funkcija

$$f(x) = \frac{6}{34 + 5a}x + 4 - a$$

opadajuća.

2. **(23 poena)** Koliko ima četvorocifrenih brojeva koji se završavaju ciframa 19 i koji su djeljivi sa 19?
3. **(23 poena)** Naći sve parove  $(x, y)$  prirodnih brojeva za koje važi jednakost  $1 + x + x^2 + x^3 = 2^y$ .
4. **(23 poena)** Igor, Saša i Miša igraju tenis „na čekanje”. Igra „na čekanje” znači da u svakoj partiji igraju dva igrača a treći čeka. Igrač koji izgubi ustupa mjesto dječaku koji je čekao i u sljedećoj partiji on je „na čekanju”. Poznato je da je Igor odigrao 12 partija, Saša 7 partija, a Miša 11 partija. U koliko partija je Igor pobijedio Sašu?
5. **(23 poena)** Dat je pravilni petougao  $ABCDE$ . Tačka  $F$  je sredina stranice  $CD$ , a tačka  $G$  je presjek dijagonale  $CE$  i simetrale duži  $AF$ . Dokazati da je ugao  $\angle AGC$  prav.

**Vrijeme rada: 180 minuta.**

**Prvi zadatak se boduje sa maksimalno 8 bodova, a ostali sa maksimalno 23 boda.**

**Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.**